შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

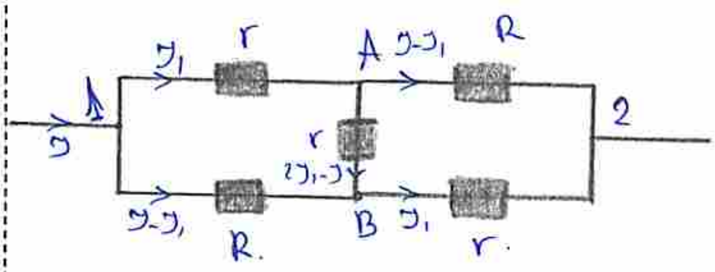
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 6.

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 156

ამოცანა № 1

გვერდი № 1



1. [illegible]

[illegible] R [illegible] r [illegible]

$$J_1 r + (2J_1 - J) r = (J - J_1) R. \qquad J_1 r + 2J_1 r - Jr = JR - J_1 R$$

$$3J_1 r + J_1 R = J(R+r) \qquad J_1 = J\cdot\frac{R+r}{3r+R}$$

$$U_{12} = J_1 r + (2J_1 - J) r + J_1 r = 4J_1 r - Jr = J\left(4\cdot\frac{R+r}{3r+R} - 1\right) = Jr\left(\frac{4r-3r+4R-R}{3r+R}\right) =$$

$$= Jr\cdot\frac{3R+r}{3r+R}$$ [illegible] x.

$$J\cdot x = J\cdot r\,\frac{3R+r}{3r+R} \qquad x = r\cdot\frac{3R+r}{3r+R}$$

2. $$U = Jr\cdot\frac{r+3R}{3r+R} \qquad J = U\cdot\frac{3r+R}{(r+3R)r} \qquad J_1 = U\cdot\frac{r+R}{(r+3R)r}$$

$$\varphi_A - \varphi_B = U\left(\frac{2(r+R)}{(r+3R)r} - \frac{3r+R}{(r+3R)r}\right) r = U\cdot\frac{R-r}{r+3R} \qquad \varphi_A-\varphi_B = J_{AB}\cdot r$$

3. თუ $R=3r$ $R>r$ ე.ი. $(J-J_1) < J_1$ ანუ დენი მიდის A-დან B-კენ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 6.	28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 756

ამოცანა № 2 | გვერდი № 1.

$a=\beta g \quad T=2\pi\sqrt{\frac{l}{a+g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(\beta+1)g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,\frac{1}{\sqrt{\beta+1}}$

$h=\frac{\beta g\cdot t^2}{2} \qquad t=\sqrt{\frac{2h}{\beta g}}$ აქ უნდა აჩვენებდეს t დროს.

ის აჩვენებს $\frac{t}{\sqrt{\beta+1}}$ დროს და ჩამორჩა $\Delta t_1 = t-\frac{t}{\sqrt{\beta+1}} = t\left(1-\frac{1}{\sqrt{\beta+1}}\right)$

ვთქვათ ჩამოსვლის დროს გაჩერდება t_1 დროში.

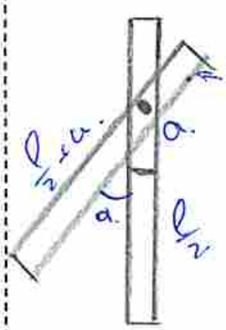
$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(1-\beta)g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\beta}}$$

t_1 დროში ჩვენებით კი აჩვენა $\frac{t_1}{\sqrt{1-\beta}}$ დროს

ანუ გაუსწრო $\Delta t_2 = \frac{t_1}{\sqrt{1-\beta}} - t_1 = t_1\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta}}-1\right)$

$\Delta t_1 = \Delta t_2 \qquad t\left(1-\frac{1}{\sqrt{\beta+1}}\right) = t_1\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta}}-1\right)$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{\beta g}}\,\frac{\sqrt{\beta+1}-1}{-\sqrt{1-\beta}+1}\cdot\frac{\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{1+\beta}} = \sqrt{\frac{2h}{\beta g}}\cdot\frac{\sqrt{1+\beta}-1}{1-\sqrt{1+\beta}}\cdot\frac{\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{1+\beta}}$$



1) $m_1 = \frac{\frac{\ell}{2}+a}{\ell}\cdot m$ $\qquad M = J\beta$

$m_2 = \frac{\frac{\ell}{2}-a}{\ell}\cdot m$ $\qquad \beta = -\alpha''$

$$M = m_1 g\cdot\frac{\frac{\ell}{2}+a}{2}\,\alpha - m_2 g\cdot\frac{\frac{\ell}{2}-a}{2}\cdot\alpha$$

$$M = \alpha m g\left(\frac{(\ell+2a)^2}{8\ell} - \frac{(\ell-2a)^2}{8\ell}\right) = \frac{\alpha m g}{8\ell}\cdot 8a\ell$$

$$M = \alpha m g a$$

$$J = \frac{1}{12}m\ell^2 + ma^2 = m\frac{(\ell^2+12a^2)}{12}$$

$$\alpha \cancel{m} g\cdot a = -\cancel{m}\frac{(\ell^2+12a^2)}{12}\cdot\alpha''$$

$$12ga\cdot\alpha + (\ell^2+12a^2)\,\alpha'' = 0 \qquad \alpha'' + \alpha\cdot\frac{12ga}{\ell^2+12a^2} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{12ga}{\ell^2+12a^2} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell^2+12a^2}{12ga}}$$

2) $T=\min \Rightarrow T^2=\min \qquad T^2 = \pi^2\cdot\frac{\ell^2+12a^2}{3ga}$

$$(T^2)'(a)=0. \qquad \cancel{\pi^2}\cdot\frac{24a\cdot\cancel{3}ga - \cancel{3}g\cdot(\ell^2+12a^2)}{\cancel{9ga^2}} = 0$$

$$24a^2g - g\ell^2 - 12a^2g = 0 \qquad g\ell^2 = 12a^2g \qquad \ell^2 = 12a^2 \qquad a = \frac{\ell}{2\sqrt{3}}$$

3) $$T_{min} = \pi\sqrt{\frac{\ell^2+\ell^2}{3\cdot\frac{\ell}{2\sqrt{3}}\,g}} = \pi\sqrt{\frac{4\ell^{\cancel{2}}}{\sqrt{3}\,\ell g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{3}\,g}}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

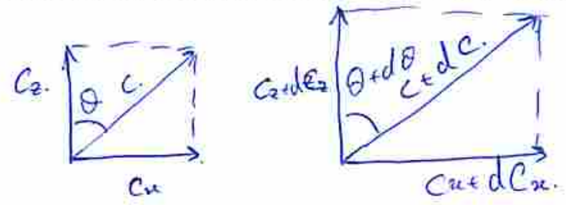
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 6.

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 756

ამოცანა № 4

გვერდი № 1



$$c^2 = c_x^2 + c_z^2.$$

$$(c+dc)^2 = (c_z+dc_z)^2 + (c_x+dc_x)^2 \qquad \cancel{c^2} + 2c\,dc = \cancel{c_x^2+c_z^2} + 2(c_x dc_x + c_z dc_z)$$

$$c\,dc = c_x dc_x + c_z dc_z$$

$$dc = \frac{c_x}{c}\cdot dc_x + \frac{c_z}{c}\cdot dc_z.$$

$$\cos\theta = \frac{c_z}{c}. \qquad \cos(\theta+d\theta) = \frac{c_z+dc_z}{c+dc}. \qquad \sin\theta = \frac{c_x}{c}.$$

$$\cos\theta - \sin\theta\, d\theta = \frac{c_z+dc_z}{c\left(1+\frac{dc}{c}\right)}$$

$$\frac{c_z}{\cancel{c}} - \frac{c_x}{\cancel{c}}\cdot d\theta = \frac{c_z+dc_z}{\cancel{c}}\cdot\left(1-\frac{dc}{c}\right).$$

$$c_z - c_x\, d\theta = (c_z+dc_z)\left(1-\frac{dc}{c}\right)$$

$$\cancel{c_z} - c_x d\theta = \cancel{c_z} - c_z\cdot\frac{dc}{c} + dc_z.$$

$$c_x\cdot d\theta = c_z\cdot\frac{dc}{c} - dc_z.$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 6.

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 756

ამოცანა № 4

გვერდი № 2.

$$c_x \cdot d\theta = c_z \cdot \frac{dc}{c} - dc_z.$$

$$dc = \frac{1}{c}\cdot\left(c_x\, dc_x + c_z\, dc_z\right)$$

$$c \cdot c_x \cdot d\theta = \frac{c_z}{c}\cdot\left(c_x\, dc_x + c_z\, dc_z\right) - \frac{dc_z}{\cancel{c_x}}$$

$$c \cdot d\theta = \frac{c_z}{c}\left(dc_x + \frac{c_z}{c_x}\cdot dc_z\right) - \frac{dc_z}{c_x}$$

$$\frac{c}{c_x}\cdot d\theta = \frac{c_z}{c}\left(\frac{dc_x}{c_x} + \frac{c_z}{c_x}\cdot\frac{dc_z}{c_x}\right) - \frac{dc_z}{c_x^2}$$

$$\frac{d\theta}{\sin\theta}$$ [illegible]

$$c = c_0 + bz.$$
$$dc = b\cdot dz.$$

$$(c_0 + bz)\, b \cdot dz = c_x \cdot dc_x + c_z\, dc_z$$

$$c_0 \cdot b\, dz + b^2 \cdot z \cdot dz = c_x \cdot dc_x + c_z \cdot dc_z.$$

$$c_0 b z + \frac{1}{2} b^2 z^2 = \frac{1}{2}\left(c_x^2 - c_{x0}^2\right) + \frac{1}{2}\left(c_z^2 - c_{z0}^2\right)$$

$$2 c_0 b z + b^2 z^2 = c_x^2 + c_z^2 - \left(c_{x0}^2 + c_{z0}^2\right).$$

$$2 c_0 b z + b^2 z^2 = c^2 - c_0^2$$

$$c_x \cdot d\theta = c_z \cdot \frac{dc}{c} - dc_z.$$

$$\frac{c_x}{c_z}\cdot d\theta = \frac{dc}{c} - \frac{dc_z}{c_z}.$$

$$\mathrm{tg}\,\theta\, d\theta = \frac{dc}{c} - \frac{dc_z}{c_z}$$

მაგიდა № 6

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 756

ამოცანა № 4

გვერდი № 3.

$$\tg\theta\, d\theta = \frac{dc}{c} - \frac{dc_z}{c_z}$$

ამს კი ავინტეგრებთ და მივიღებთ ჩვენ ვიცით რომ $\frac{c_z}{c}=\cos\theta$

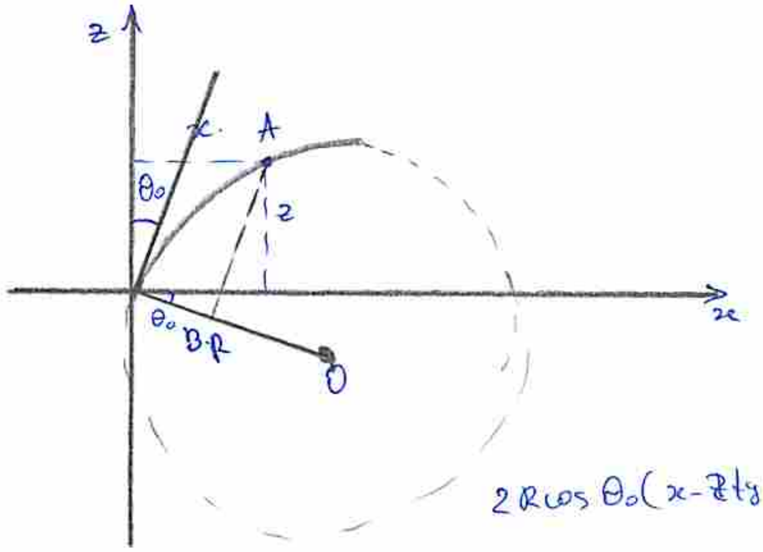
$$\underline{c_z = c\cdot\cos\theta}$$

მივიღეთ. θ-სა და c-ს დამოკიდებულება ცნობილია.

ანუ. θ-სა და z-ს დამოკიდებულებაც ცნობილია.

ამასთანავე ვიცით რომ $\frac{dx}{dz}=\tg\theta$ ე.ი. ვიცით მთლიანი ტრაექტორია ცნობილია, რომელიც დამოკიდებულია θ_0-ზე c_0-ზე და h-ზე მხოლოდ. (შენიშვ. ეს ცნობილი ინტეგრალებით არ ვიცით ას)

და შევიძლებთ θ_0-ის ტრაექტორია ანუ x-ს და z-ს θ_0-ზე დამოკიდებულებით, შემდეგ ვიპოვით იმ θ_0-ს, რომლისთვისაც სიღრმე H ნაპირთან მიაღწევს.



$$R^2=(AB)^2+(BO)^2$$

$$\begin{cases} AB=\dfrac{z}{\cos\theta_0}+(x-z\,tg\,\theta_0)\cdot\sin\theta_0 \\ BO=-(x-z\,tg\,\theta_0)\cos\theta_0+R \end{cases}$$

$$\cancel{R^2}=\frac{z^2}{\cos^2\theta_0}+\left((x-z\,tg\,\theta_0)\sin\theta_0\right)^2+\frac{2\sin\theta_0}{\cos^2\theta_0}(x-z\,tg\,\theta_0)z$$
$$+\cancel{R^2}+\left((x-z\,tg\,\theta_0)\cos\theta_0\right)^2-2R\cos\theta\,(x-z\,tg\,\theta_0)$$

$$2R\cos\theta_0(x-z\,tg\,\theta_0)=\frac{z^2}{\cos^2\theta_0}+(x-z\,tg\,\theta_0)^2+\frac{2\sin\theta_0}{\cos^2\theta_0}z(x-z\,tg\,\theta_0)$$

$$R=\frac{\dfrac{z^2}{\cos^2\theta_0}+(x-z\,tg\,\theta_0)^2+\dfrac{2\sin\theta_0}{\cos^2\theta_0}z(x-z\,tg\,\theta_0)}{2\cos\theta_0(x-z\,tg\,\theta_0)}$$

[illegible] θ_0 [illegible]
[illegible] θ_0 [illegible] $\sin\theta_0\approx\theta_0$, $\cos\theta_0=1$.

$$R=\frac{z^2+(x-z\theta_0)^2+2\theta_0\cdot z(x-z\theta_0)}{2(x-z\theta_0)}$$

$$R=\frac{z^2+x^2\cancel{-2zx\theta_0}+2zx\theta_0\cancel{-2z^2\theta_0^2}}{2x-2z\theta_0}$$

$$R=\frac{z^2+x^2}{2(x-z\theta_0)}$$

$$\frac{C_0}{6\,\theta_0}=\frac{z^2+x^2}{2(x-z\theta_0)}$$

$$x\approx R.$$

$2C_0\cdot x/$

$$R = \frac{z^2 + R^2}{2(R - z\theta_0)} \qquad R = \frac{c_0}{b\theta_0}$$

$$\frac{c_0}{b\theta_0} = \frac{z^2 + \frac{c_0^2}{b^2\theta_0^2}}{2\left(\frac{c_0}{b\theta_0} - z\theta_0\right)} \qquad \frac{c_0\theta_0}{b} = \frac{c_0^2 + b^2 z^2\theta_0^2}{2\left(\frac{c_0 - zb\theta_0^2}{b\theta_0}\right)}$$

$$2\frac{c_0\cancel{\theta_0}}{b} \cdot \frac{c_0 - zb\theta_0^2}{b\cancel{(\theta_0)}} = c_0^2 + b^2 z^2 \theta_0^2$$

$$\frac{2(c_0^2 - zbc_0\theta_0^2)}{b^2} = c_0^2 + b^2 z^2 \theta_0^2$$

$$2c_0^2 - zbc_0 \cdot \theta_0^2 = b^2 c_0^2 + b^4 z^2 \theta_0^2$$

$$c_0^2(2 - b^2) = \theta_0^2(b^4 z^2 + bzc_0)$$

$$\theta_0 = c_0\sqrt{\frac{2 - b^2}{b^4 z^2 + bzc_0}}$$